

MÉTODOS PARA AVALIAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE VARREDURA A LASER TERRESTRES

Methods to evaluate the spot size of terrestrial laser scanners

JULIANA DIAS WUTKE

JORGE ANTONIO SILVA CENTENO

Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas

Universidade Federal do Paraná – Brasil

judias7@yahoo.com.br; centeno@ufpr.br

RESUMO

Este estudo aborda o desenvolvimento de métodos para a avaliação da resolução de sistemas laser scanner terrestres. Para tanto, alguns experimentos foram realizados utilizando-se o sistema laser scanner Cyrax HDS 3000, fabricado pela Leica-Geosystems. Foram desenvolvidos dois métodos para a avaliação da resolução: um método direto, que permite uma estimativa do tamanho da projeção do feixe e sua capacidade de penetrar nos espaços de uma grade construída para esta finalidade, e um método analítico, que estima esta resolução através da modelagem da projeção do feixe utilizando o fenômeno de bordas. Os métodos desenvolvidos se mostraram eficientes para estimativa da resolução do equipamento de varredura a laser avaliado, Cyrax HDS 3000, contribuindo com a avaliação da acurácia e da qualidade dos levantamentos de dados realizados com este equipamento.

Palavras Chave: Resolução de sistemas de varredura laser; Laser terrestre.

ABSTRACT

This study deals with the development of methods for the evaluation of the resolution of terrestrial laser scanners. For this purpose, experiments were accomplished using the laser scanner Cyrax HDS 3000, that was produced by Leica-Geosystems. Two methods for the evaluation of the resolution and the beam are compared: the direct method, based on the analysis of the capacity of the laser beam to penetrate in the spaces of a grid, and an analytical method, that models the resolution of the beam based on the border effect. The proposed methods are efficient for evaluation of the resolution of laser scanner systems and they can be used to improve the quality of the surveys using terrestrial laser scanners.

Keywords: Resolution of terrestrial laser scanners; Terrestrial Laser scanner.

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas de varredura a laser, tanto aerotransportados como terrestres, surgiram como uma nova solução para o levantamento de superfícies e a modelagem tridimensional de objetos. Entre as vantagens do uso da varredura a laser se encontra a possibilidade de medir as coordenadas tridimensionais de uma grande quantidade de pontos em poucos minutos. Um varredor a laser mede a distância entre o sensor e a superfície sem a necessidade de espelhos refletores ou a existência de feições visíveis no objeto, o que facilita sua aplicação (TOMMASELLI, 2003).

Atualmente, o mercado oferece uma variedade de modelos de varredores a laser terrestres. As exigências, em termos de acurácia dependem muito da aplicação. Porém, algumas características são determinantes, como a divergência do pulso laser utilizado, o mecanismo de varredura e até a natureza da superfície medida. Na avaliação da qualidade do produto da varredura a laser, considerando a acurácia nas três direções, tais fatores devem ser considerados e este estudo é hoje alvo de pesquisa, como é mostrado em LICHTI (2004).

Um dos principais aspectos que caracterizam uma varredura a laser é sua resolução espacial. A resolução de um varredor a laser terrestre está associada à sua capacidade para detectar pequenos objetos ou parte de objetos na nuvem de pontos. Tecnicamente, dois fatores contribuem para esta capacidade: o menor incremento possível do ângulo entre dois pontos sucessivos e o tamanho da projeção do raio laser no objeto (BOEHLER et al, 2001).

É de extrema importância o conhecimento prévio da resolução de um varredor a laser em determinadas distâncias. Assim, dependendo do detalhamento desejado dos objetos a serem levantados, é possível definir a distância de operação e utilização do equipamento. Por isso, o interesse na determinação da variação da resolução dos equipamentos laser scanners terrestres em função da distância de operação.

Esta problemática é a motivação deste estudo, que tem por objetivo o desenvolvimento de métodos para verificar a resolução de sistemas de varredura a laser terrestres, ou seja, avaliar a capacidade do sistema laser para detectar pequenos objetos ou parte destes, na nuvem de pontos obtida.

2. SISTEMAS DE VARREDURA A LASER

O sistema de varredura a laser mede as coordenadas tridimensionais de pontos sobre uma superfície. Seu princípio de operação se baseia na determinação da distância entre o sensor e a superfície usando um pulso laser. Como o pulso se propaga à velocidade da luz, a distância é determinada medindo o tempo decorrido entre a emissão do pulso e o registro da parcela refletida pela superfície. Para o cálculo da posição do ponto onde o pulso atingiu a superfície, os ângulos com os que o pulso é emitido e a posição do sensor, são utilizados.

O varredor a laser utilizado nesta pesquisa é o varredor Cyrax HDS 3000 fabricado pela Cyra Tecnologias - (Oakland, E.U.A.), subsidiária da Leica Geosystems. Ele

consiste do aparelho para varredura laser (Figura 1), o software Cyclone que é executado em um PC, o sistema de força (bateria) e mais acessórios como tripés e alvos.

Figura 1: Laser Scanner Terrestre Cyrax HDS 3000



Fonte: Laser Scanner Cyrax HDS 3000

A unidade de varredura possui também uma máquina fotográfica digital acoplada, com resolução de 1 megapixel. Os dados coletados são apresentados em tempo real para um Laptop. Uma imagem digital da câmara fotográfica é obtida a priori e, nesta imagem, o operador pode selecionar a janela para a varredura. O operador pode também determinar a densidade de projeção dos raios laser em determinada distância.

O princípio de funcionamento para o cálculo da distância do equipamento utilizado neste estudo é o “time of flight” ou intervalo de tempo, que se baseia na determinação do intervalo entre a emissão de um pulso e o registro da parcela refletida deste pulso pela superfície. O tempo (Δt) que o sinal leva para ir do transmissor ao objeto e retornar ao sistema é medido e usado para calcular a distância (D) sensor-objeto utilizando-se a velocidade da luz (c). A constante $\frac{1}{2}$ é utilizada, pois é considerado o tempo de ida e de volta do sinal (Equação 1). (LICHTI e HARVEY, 2002).

$$D = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \Delta t \quad (1)$$

O instrumento registra o tempo, a intensidade da energia refletida pelo objeto e os parâmetros de atitude do feixe, que são coordenadas polares do ponto em relação ao referencial do laser. A partir destes dados é possível calcular a distância e depois as coordenadas cartesianas 3D dos pontos medidos em relação ao sensor. A intensidade pode ser usada para criar uma imagem associada à reflectância da superfície no comprimento de onda utilizado.

No quadro 1 são apresentadas as principais especificações do varredor Cyrax HDS 3000. Os valores de referência fornecidos pelo fabricante, e mostrados no quadro 1, valem para medições realizadas a uma distância de 50 metros, mas o alcance máximo de operação do equipamento é de até 100 metros de distância.

Quadro 1: Especificações Técnicas - Laser Scanner Cyrax HDS 3000

Acurácia em distância (z)	$\pm 4 \text{ mm}^*$
Acurácia planimétrica (x, y)	$\pm 6 \text{ mm}^*$
Acurácia angular - Incremento do ângulo entre dois pontos sucessivos (IFOV)	$\pm 60 \text{ micro-radianos } (12'')^*$
Campo de visão (FOV)	360° horizontal, 270° vertical
Tamanho da projeção do laser	6 mm*
Distância mínima de operação	1 m
Distância máxima de operação	100 m
Taxa de varredura	1800 pontos por segundo
Máxima densidade de resolução	1,2 mm

Fonte: Laser Scanner Cyrax HDS 3000

* Desde que operado em distâncias de até 50 m

3. TAMANHO DA PROJECAO DO PULSO NA SUPERFÍCIE

Dois fatores condicionam a resolução espacial da varredura a laser: a taxa de varredura e a divergência do pulso. O pulso laser utilizado é caracterizado por uma pequena divergência, a qual pode se tornar significativa para grandes distâncias. Na medida em que a distância cresce, a projeção do pulso na superfície aumenta, introduzindo imprecisões na coleta de dados. Para avaliar a resolução da varredura a laser, a variação do tamanho da projeção do pulso (*spot*, em inglês) deve ser conhecida. A seguir, duas soluções para estes problemas são apresentadas.

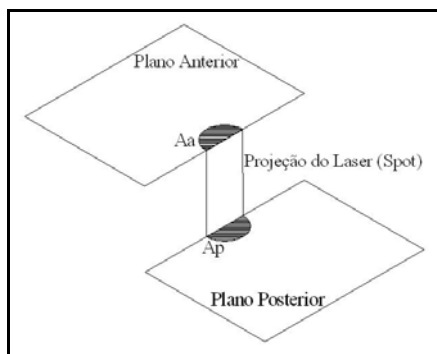
3.1 Método Analítico

O objetivo desse método é estimar o diâmetro da projeção do feixe laser com base em um modelo matemático que descreve o comportamento do efeito de bordas. O efeito de bordas acontece devido à divergência do pulso laser e ocorre quando se leva em consideração a diferença de penetração que pode existir em um único pulso.

Alguns varredores a laser possuem como característica a medição de diferentes retornos do sinal emitido, sendo possível à medição do primeiro e do último retorno do pulso, permitindo assim, a distinção entre diferentes elevações presentes na varredura. Em sistemas onde esse detalhamento da medição não ocorre (caso do modelo laser scanner HDS 3000), é feita a captura de um único sinal de resposta, e quando acontece a medição na borda do objeto, o sinal de resposta é uma média ponderada das diferentes elevações (alturas) contidas na varredura, podendo

gerar assim, alturas inexistentes ou falsas alturas. Então pode-se supor que se um pulso atingir a borda, parte dele será refletido pelo objeto na frente e uma segunda parcela pela superfície no fundo. Assim, a altura ou profundidade da projeção será a média das duas profundidades, ponderadas pela respectiva área (Aa: área anterior ou Ap: área posterior). Na figura 2 é mostrado um exemplo onde o laser atingiu exatamente a borda, sendo metade dele refletido por cada superfície. Neste caso, o valor de profundidade registrado é a média das duas profundidades. Como pode ser observado na figura 2, o efeito de bordas está muito ligado ao tamanho da projeção do laser, sendo uma característica de praticamente todos os equipamentos de varredura a laser.

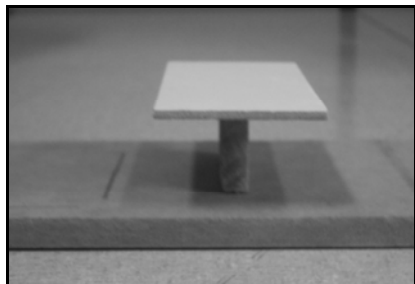
Figura 2: Efeito de bordas



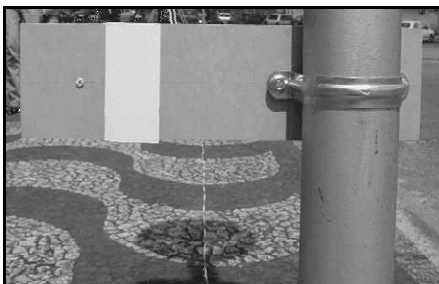
Para avaliar esse efeito no laser scanner HDS 3000, foi elaborado experimento que utiliza um objeto (alvo) padrão formado por duas placas superpostas. O objeto consiste de duas placas de madeira planas e paralelas, pintadas na cor branca, e separadas entre si por 30mm. A figura 3a mostra uma fotografia deste objeto. As dimensões das placas são 5x10cm e 40x10cm. O conjunto pode ser fixado em painéis ou paredes, como mostra a figura 3b.

A análise de bordas é feita exatamente nos limites da placa anterior, onde uma parte da projeção atinge a primeira placa e outra parte da mesma projeção do laser toca a placa adjacente. Seis destes conjuntos de placas paralelas foram posicionados em uma série de postes alinhados e afastados em torno de 20 metros um do outro e a seguir foi efetuada a varreduras destes alvos. As distâncias em que as placas foram varridas foram de aproximadamente: 7m, 27m, 47m, 67m, 87m e 107m. Analisando os resultados da varredura, foi verificado que os dados correspondentes à borda não configuram uma transição brusca entre os dois planos, mas que a transição ocorre sob forma de uma curva com formato de “S”.

Figura 3: Placas para análise do efeito de bordas



(a) Vista Lateral



(b) Vista Frontal, Fixada em Poste

3.1.1 Organização dos dados

Na varredura, o equipamento adota um sistema de referência tridimensional próprio e os dados são armazenados neste sistema. A origem do sistema se localiza no sensor. O eixo z (profundidade) é definido como sendo paralelo ao eixo central da varredura e os eixos x e y perpendiculares a z . No caso do experimento, o eixo y é vertical, ou quase vertical. Como as placas não se encontram necessariamente paralelas ao sistema tridimensional da varredura a laser, é necessário, inicialmente, efetuar a rotação dos dados. É desejado que todos os planos dos alvos fiquem paralelos ao sistema de coordenadas utilizado pelo varredor (referencial do equipamento) e que a borda esteja paralela ao eixo vertical y .

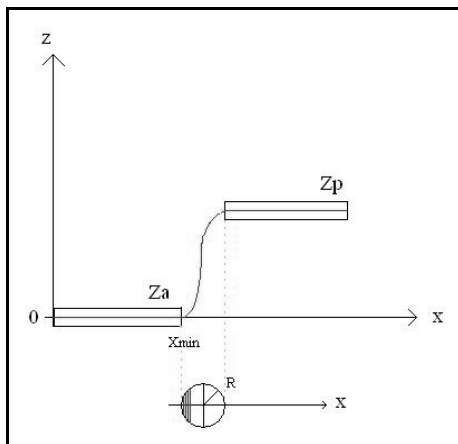
A transformação geométrica, neste caso, consiste de rotações em torno dos três eixos do sistema do varredor. O problema consiste, neste ponto, em determinar os três ângulos necessários para a transformação. O método adotado para obter os parâmetros da matriz de rotação foi a Transformação das Componentes Principais aplicada às coordenadas tridimensionais de um pequeno recorte correspondente à superfície de um dos planos modelados. Como estes planos não se encontram paralelos aos eixos do sistema do dispositivo, suas coordenadas são correlacionadas. A obtenção dos autovetores pelo método das componentes principais corresponde, na prática, à obtenção dos parâmetros da transformação de rotação de forma que o sistema de coordenadas tenha dois eixos na superfície do plano. Após a transformação, as placas paralelas se encontram paralelas ao plano xy do sistema do referencial do equipamento e a borda é paralela ao eixo vertical y .

3.1.2 Modelo Matemático

Para a estimativa da projeção do pulso na superfície, um modelo para determinar a profundidade (coordenada z) em função da coordenada horizontal x foi

utilizado. Quando o pulso laser incide na borda, como mostra a figura 4, a profundidade do retorno do pulso laser (z) é a média ponderada entre a profundidade de cada plano multiplicada pela respectiva área atingida (equação 3).

Figura 4: Esquema do efeito de bordas



$$Z \cdot At = Z_a \cdot A_a + Z_p \cdot A_p \quad (3)$$

Onde:

Z = coordenada z do retorno do pulso;

Z_a = coordenada pertencente ao plano anterior;

Z_p = coordenada pertencente ao plano posterior;

A_a = área do plano anterior;

A_p = área do plano posterior;

At = área total do pulso laser.

Considerando a origem do eixo z passando pelo plano anterior (Z_a), conforme ilustra a figura 4, tem-se então:

$$(Z - Z_a) \cdot At = (Z_a - Z_a) \cdot A_a + (Z_p - Z_a) \cdot A_p \quad (4)$$

$$(Z - Z_a) = \frac{(Z_p - Z_a) \cdot A_p}{At} \quad (5)$$

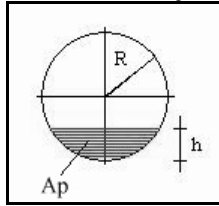
A área total (At) do pulso laser será considerada como sendo circular (equação

6), embora se saiba que ela somente é circular quando o laser atinge o objeto perpendicularmente ao plano de varredura. Quando o objeto encontra-se com alguma inclinação essa área passa a ser elíptica.

$$At = \pi \cdot R^2 \quad (6)$$

A projeção do pulso laser no plano posterior (Ap) é calculada usando a equação 7 e pode ser entendida com ajuda da figura 5.

Figura 5: Área Circular em Função do Raio R e de h



$$Ap = \frac{\pi \cdot R^2}{2} - R^2 \cdot \arcsen\left(1 - \frac{h}{R}\right) - (R - h) \cdot \sqrt{h \cdot (2 \cdot R - h)} \quad (7)$$

Onde:

R = raio da circunferência;

$h = x - x_{\min}$.

Conforme o que foi representado na figura 4, x_{\min} é o menor valor de x quando se inicia a transição da projeção dos pontos do plano anterior para o plano posterior. Combinando as equações 6 e 7 na equação 5, tem-se então um modelo matemático (equação 8) que pode ser utilizado para calcular a profundidade de pontos na borda em função do raio R e de x_{\min} .

$$(Z - Za) = \frac{(Zp - Za)}{\pi \cdot R^2} \left(\frac{\pi \cdot R^2}{2} - R^2 \cdot \arcsen\left(1 - \frac{h}{R}\right) - (R - h) \cdot \sqrt{h \cdot (2 \cdot R - h)} \right) \quad (8)$$

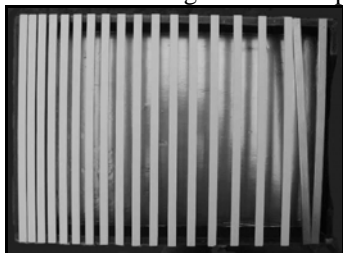
Aplicando este modelo aos dados de uma região de borda, é possível calcular o valor de R e de x_{\min} pelo método dos mínimos quadrados, pois uma grande quantidade de pontos com coordenadas tridimensionais conhecidas encontra-se disponíveis pela varredura.

3.2 Método Direto

A proposta desse método é obter de forma rápida e direta uma estimativa da resolução de sistemas laser scanner terrestres, por isso elaborou-se o seguinte

experimento: foi construída uma caixa em forma de grelha (figura 6), onde filetes de madeira foram arranjados com diferentes espaçamentos para análise do diâmetro da projeção do feixe laser, ou seja, verificar se o laser consegue atingir as fendas e obter respostas de reflectância do fundo da caixa.

Figura 6: Caixa para Análise da Resolução



(a) Vista Frontal



(b) Caixa Sendo Varrida em Campo

É assumido que se o pulso laser consegue atravessar as fendas sem tocar as barras, então a resposta medida será igual à profundidade do fundo da caixa. Quando isto não ocorre, significa que a projeção do feixe na superfície frontal da caixa é maior que o espaçamento entre as barras. Sendo assim, para medir o tamanho da projeção do laser, é necessário identificar o menor espaçamento, onde o feixe consegue passar pela grade sem perturbação. Como existem pequenas variações decorrentes da dispersão dos valores de profundidade, o espaçamento com pelo menos 80% dos pontos sem perturbação foi escolhido. Para isto, o número de pontos que atingem o fundo da caixa foi contado.

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1 Avaliação da Resolução – Método Analítico

As figuras 7 e 8 mostram dois perfis dos dados medidos nas placas paralelas, varridas a 7 e 107 metros, respectivamente. A distância de referência foi medida no plano posterior. Perfis similares foram obtidos para as outras distâncias. Percebe-se que a passagem dos pontos de um plano para outro não é brusca, mas descreve uma suave transição. A largura da faixa de transição aumenta com a distância entre o sensor e o objeto.

Figura 7: Perfil das placas varridas a 7 m.

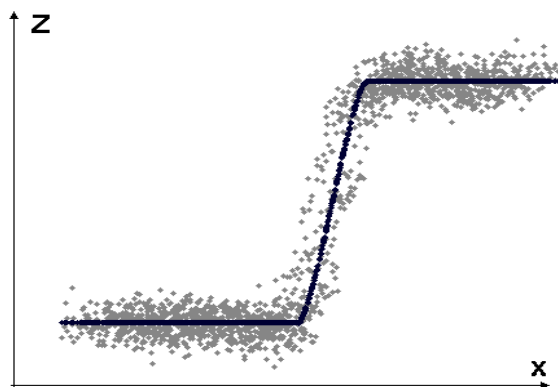
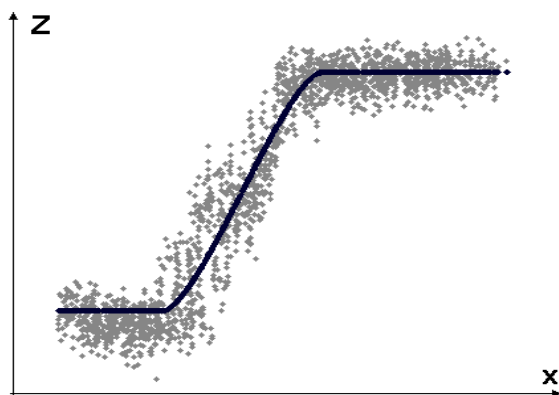


Figura 9: Perfil das placas varridas a 107 m



A tabela 1 apresenta os dados de saída do modelo proposto para estimativa do diâmetro da projeção do laser na placa posterior. Na primeira coluna consta a distância entre o varredor laser e o plano posterior. Após a estimativa dos parâmetros R e de x_{min} da equação 8, os valores modelados foram calculados para cada ponto disponível na borda. A função resultante é desenhada como uma linha escura nas figuras 8 e 9. Da diferença entre os valores de profundidade observados e modelados, foi obtido o vetor dos resíduos, e para estes resíduos calculou-se a

média e o desvio padrão correspondente a cada conjunto de dados. Estes valores podem ser observados na segunda coluna da tabela 1. Na mesma tabela são mostrados os coeficientes de correlação entre os valores observados e os valores modelados. Por fim, na última coluna, estão os valores do raio da projeção do pulso, calculado usando o modelo matemático da equação 8.

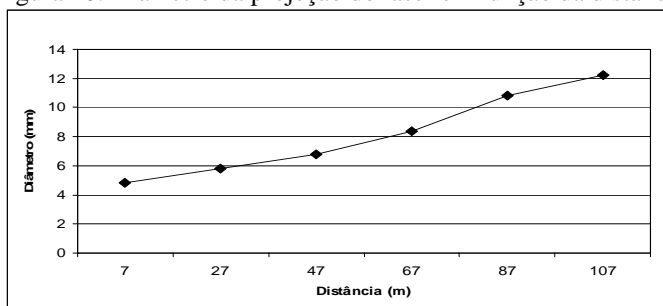
Tabela 1: Resultados dos experimentos com o método analítico

Distância (m)	Média dos resíduos (mm)	Desvio padrão dos resíduos (mm)	Coefficientes de correlação	Raio estimado do laser (mm)
07	0,05	2,99	0,98	4,8
27	0,04	2,24	0,96	5,8
47	0,70	2,39	0,99	6,8
67	0,01	2,68	0,98	8,4
87	0,05	3,48	0,97	10,8
107	0,41	3,26	0,97	12,2

Os valores do desvio padrão para cada conjunto de dados traduzem a dispersão dos valores da profundidade observados em torno dos valores modelados. Os valores do desvio padrão aumentam em função da distância. Por isso, a estimativa do diâmetro do pulso laser torna-se menos confiável conforme aumenta a distância entre o objeto e o varredor laser.

A figura 10 mostra um gráfico da variação do diâmetro estimado em função da distância de varredura. Pode-se também que o diâmetro da projeção laser aumenta com a distância praticamente de forma linear.

Figura 10: Diâmetro da projeção do laser em função da distância



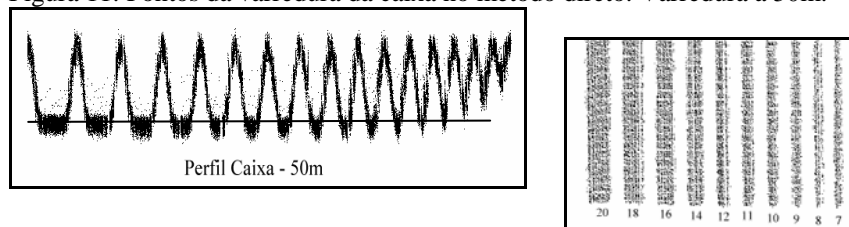
Para verificar a validade do método, comparou-se o único valor de tamanho da projeção do pulso fornecido pelo fabricante (Quadro 1), que é de 6 mm para 50 metros de distância. O valor estimado através do método analítico mostrou-se muito próximo desse parâmetro, em torno de 7 mm.

4.2 Avaliação da Resolução – Método Direto

No experimento, foram feitas seis varreduras da caixa descrita no item 3.2 em diferentes distâncias: 10, 30, 50, 70, 90 e 110 metros, com a finalidade de avaliar o tamanho da projeção do pulso na superfície com a variação das distâncias.

Para obter uma melhor estimativa do diâmetro da projeção do laser, observou-se o perfil da varredura da caixa, bem como o conjunto de pontos que atingem o fundo da mesma. Um exemplo de perfil e de pontos no fundo da caixa é mostrado na figura 11.

Figura 11: Pontos da varredura da caixa no método direto. Varredura a 50m.



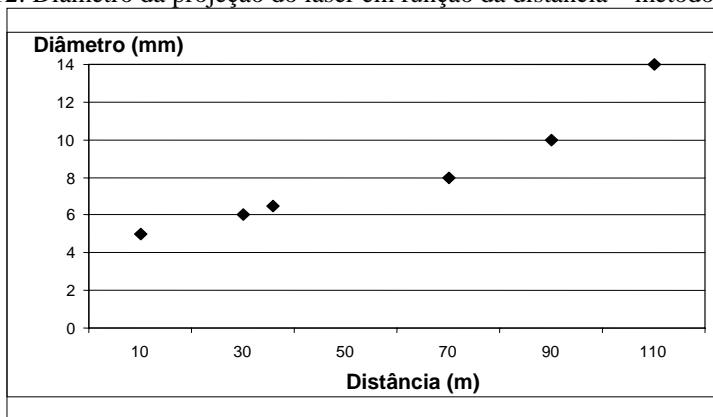
(a) Perfil da caixa

(b) Fundo da caixa

A partir dos resultados obtidos, elaborou-se um gráfico do diâmetro da projeção do laser, em função da distância (Figura 12). Nota-se que esta distribuição se aproxima de uma distribuição linear, com exceção do último valor. Este último valor estimado não foi utilizado, pois segundo as especificações do fabricante, o equipamento tem alcance máximo de 100 metros.

Aproximando uma reta aos cinco pares de valores mostrados na figura 12, é possível estimar o valor da projeção do laser para diferentes distâncias. Por exemplo, para a distância de referência usada pelo fabricante, 50 metros, o tamanho da projeção do laser é de 7 mm.

Figura 12: Diâmetro da projeção do laser em função da distância – método direto.



5. CONCLUSÕES

Dois métodos para análise da variação da projeção do pulso com a distância foram apresentados. Pode-se afirmar que o método analítico, baseado na modelagem matemática do efeito de bordas, é válido e confiável e útil para o planejamento de um levantamento, pois quando se conhece a resolução em que o equipamento opera, pode-se planejar o nível de detalhamento obtido em função da distância de instalação do equipamento para a obtenção dos dados.

O método direto apresenta também bons resultados e pode ser utilizado para uma avaliação preliminar da resolução de equipamentos laser scanner terrestres, pois se trata de um método prático e de fácil aplicação, podendo ser aplicado rapidamente e sem treinamentos especiais para os operadores.

Tanto no método analítico como no método direto, comprova-se que quanto maior a distância de operação, maior é o diâmetro da projeção do feixe laser e consequentemente, menor a resolução do laser scanner. Os valores obtidos com os dois métodos não significativamente discrepantes. O método analítico é mais robusto e seus resultados mais próximos do valor de referência fornecido pelo fabricante. Uma explicação para este fato pode estar na definição da acurácia dos métodos, pois a escala de valores para resolução no método direto varia de milímetro em milímetro; enquanto que no método analítico, a resolução estimada varia na escala de décimos de milímetros. Para uma análise mais detalhada e acurada da resolução, recomenda-se a utilização do método analítico, que por ser desenvolvido matematicamente possui resultados mais robustos.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Universidade Federal do Paraná e ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas (CPGCG), pela disposição das instalações e dos equipamentos de seus laboratórios. A CAPES, pelo fomento. Ao Departamento de Geologia e ao Professor Dr. Sidnei P. Rostirolla, que através do Projeto IMAGE, colocou a disposição o equipamento laser scanner terrestre Cyrax HDS 3000, da Leica Geosystems, indispensável para estes estudos. E aos colegas, professores e funcionários, que de forma direta ou indireta contribuíram tanto para a realização dos experimentos, como na elaboração dos estudos e discussões deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BALTSAVIAS, E. P. *Airbone Laser Scanning: Basic Relations and Formulas*. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, Volume 54 Número 2-3, pg 199-214, 1999.
- BOEHLER, W.; HEINZ, G.; MARBS, A. *The Potential of Non-Contact Close Range Laser Scanners for Cultural Heritage Recording*. CIPA - International Symposium, Proceedings. Potsdam, Germany – 2001.
- BOEHLER, W.; BORDAS, V.; MARBS, A. *Investigating Laser Scanner Accuracy* The International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Vol. XXXIV, part 5/C15, pp696-701. Antalya. 2003.
- CAVASSIM JÚNIOR, I. *Utilização de Dados Derivados do Varredor Laser na Geração de Cartas Planimétricas na Escala 1:2000*. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas – UFPR. Curitiba, 2004.
- GEMAEL, C. *Introdução ao Ajustamento de Observações – Aplicações Geodésicas*. Editora UFPR. Curitiba / PR 1994.
- JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. *Applied Multivariate Statistical Analysis*; Prentice Hall Inc. - Englewood Cliffs, New Jersey. 1988
- Laser Scanner Cyrax HDS 3000 - *Especificações* – Disponível em: <http://hds.leica-geosystems.com/> Acesso em: 25/04/2005.
- TOMMASELLI, A. M. G. *Um Estudo Sobre as Técnicas de Varredura a Laser e Fotogrametria para Levantamentos 3D a Curta Distância*. Geodésia Online - Revista da Comissão Brasileira de Geodésia. 4 / 2003 [ISSN 1415-1111].

(Recebido em setembro de 2006. Aceito em dezembro de 2006)